Apoyo a la toma de decisiones con Solver I

Programación lineal básica con Excel. Parte I: Marco Teórico Básico de la Programación Lineal

Jose Ignacio González Gómez
Departamento de Economía, Contabilidad y Finanzas - Universidad de La Laguna
www.jggomez.eu

INDICE

1 Marco teórico de la Programación Lineal (PL)

1.1 Marco conceptual de la PL

La programación lineal es una rama de la Investigación Operativa que a través de una serie de métodos pretende obtener la mejor solución a problemas de optimización lineal con restricciones.

Así, la programación lineal trata el problema de la asignación óptima de los recursos escasos a las distintas actividades que conducen a la consecución de una meta o de un objetivo en una empresa u organización. El problema puede ser representado por un modelo matemático cuyas funciones son lineales.

Es decir, son modelos matemáticos lineales que tratan de optimizar (maximizar o minimizar) una función lineal sujeta a que las variables verifiquen un sistema de inecuaciones lineales.

Las técnicas de programación lineal se utilizan en un amplísimo espectro de problemas, entre otros, de planificación y gestión de recursos humanos y materiales, de transporte, de planificación financiera y de organización de la producción. En definitiva, una extensa gama de problemas que aparecen en las áreas de tipo industrial, económico, administrativo, militar...

> *La técnica matemática conocida por **programación lineal** se utiliza para obtener una solución óptima a un problema condicionado por unas **variables** de partida sujetas a ciertas **restricciones***

1.2 Fundamentos de la Programación Lineal (PL)

1.2.1 Bases técnicas y condicionantes de PL

La programación lineal es un caso especial de la programación matemática, en donde todas las funciones que hay en el modelo son lineales: siempre tenemos una función objetivo lineal a optimizar (maximizar o minimizar), sujeta a restricciones lineales individuales. Las variables del modelo, que son continuas, únicamente pueden coger valores no negativos. Si bien puede parecer que estos supuestos quitan realismo al problema porque el analista está limitado al uso de ecuaciones que quizás no son frecuentes en el mundo real, si nos permiten una aproximación al tratamiento del problema.

Un problema clásico de la programación sería el siguiente:

> Alta Costura Cálida produce dos colecciones POP y VIP. El proceso de producción se desarrolla en dos secciones: *Sección de Corte y Sección de Acabado*. En términos técnicos y económicos se tienen evaluadas las siguientes estimaciones:
>
> - Una colección POP necesita 1 hora de corte y 2 horas de acabado.
> - Un colección VIP precisa de 3 horas de corte y 1 hora de acabado
>
> La sección de corte solo puede estar 9 horas diarias en marcha, mientras que la de acabado sólo 8 horas. El beneficio que se obtiene produciendo VIP es el doble que el de POP
>
> **Se pide:**

¿Cuál ha de ser la producción diaria de POP y VIP para obtener el máximo beneficio?

En el planteamiento del problema se manejan varios conceptos fundamentales:

- Las variables.
- Las restricciones que se imponen, expresadas por inecuaciones lineales.
- La función objetivo, de tipo lineal, que describe el problema

Por tanto, la PL consiste en encontrar los valores de unas variables que maximizan o minimizan un único objetivo sujeto a una serie de restricciones.

Las principales características de PL son:

1. Un único objetivo lineal a optimizar (maximizar o minimizar)
2. Unas variables de decisión que siempre son continuas[1] y no negativas
3. Una o más restricciones lineales
4. Un conocimiento exacto de los parámetros y recursos utilizados en la construcción del modelo.

Si todas estas condiciones se cumplen, existen varios métodos de obtención de soluciones que nos dan la solución óptima. A continuación analizaremos con más detalles estas características y lo que ocurre si una o varias de ellas no se cumplen.

1.2.2 Condición: funciones lineales. Programación Lineal vs No Lineal

Como hemos señalado en PL todas las funciones utilizadas tanto en el objetivo como en las restricciones son lineales. Es decir, las restricciones consisten en la suma de variables multiplicadas por sus respectivos parámetros, siendo esta función menor, igual o mayor que un determinado recurso. El objetivo también es lineal, si bien desconocemos a priori su valor. En caso de que tanto el objetivo como una o más restricciones no fueran lineales, sería necesario el introducir métodos de programación no lineal, que son mucho más complejos de resolver y cuya optimalizad no siempre está garantizada.

1.2.3 Condición: variables de decisión son continuas. Programación Lineal Básica (PLB) vs Programación Lineal Entera (PLE/B)

La PL básica considera que las variables de decisión son continuas. Desde el punto de vista matemático de obtención de soluciones, esta característica no ofrece problemas. Ahora bien, en muchas situaciones, la interpretación económica de la solución de un problema de PL no tiene sentido si obtenemos fracciones en las variables. Por ejemplo, si estamos asignando trabajadores a tareas, no tiene sentido un resultado que en un momento determinado asigne 3,4 trabajadores a una determinada tarea. Por otro lado, y como veremos más adelante, si uno opta por

[11] Recordemos que una variable es continua si la medida que representa su medición admite fraccionar sus unidades (longitud, peso, estatura, volumen, tiempo, etc.) es decir por tanto se trata de una variable continua. Ejemplo, la cantidad de metros que tiene las telas que salen de un telar forman una variable continua, la longitud de un rollo de tela podrá tener, 34m, o 34.5 m, o 34,234 m, etc.

Si la medición de la variable sólo puede hacerse en unidades que no se pueden fraccionar (salvo para obtener un promedio, pero no para obtener un único valor de los posibles de la variable) es una variable discreta. Ejemplo, la cantidad de personas que ocupan un estadio es una variable discreta porque cuentas en enteros, no puedes considerar ni media ni un tercio de persona, el número de defectos admisibles en una cierta longitud de tela, el número de clientes que pasan por una caja de un banco en una hora, etc redondear al entero más próximo se puede cometer un grave error. Para poder obtener soluciones enteras en problemas que lo requieren, *se utiliza la Programación lineal Entera*.

1.2.4 Condición: existe un único objetivo. Programación Lineal vs Programación lineal multicriterio

Los modelos de PL consideran que hay un único objetivo a maximizar o minimizar. Muchas veces podemos tener que resolver problemas que tienen más de un objetivo. Por ejemplo, por un lado podemos querer maximizar la cobertura de un determinado servicio sanitario, mientras que por el otro queremos reducir los costos generales.

Ambos objetivos son conflictivos, en el sentido de que aumentar la cobertura significaría un aumento en la necesidad de recursos con el consecuente incremento de costos en el sistema. *Esta conflictividad se resuelve utilizando métodos de Programación Multicriterio o multiobjetivo*.

1.2.5 Condición: los parámetros son determinísticos. Programación Determinística vs Estocástica

Se considera que los parámetros utilizados en la construcción del modelo se conocen con exactitud, o en términos más técnicos, son determinísticos. Sin embargo, existen situaciones en las que uno o más parámetros tienen un componente estocástico, o en palabras menos técnicas, tienen una variabilidad (que en algunos casos puede ser representada por una distribución estadística). Si esto acontece, la PL ya no es un buen instrumento para la obtención de soluciones es necesario utilizar técnicas de Programación Estocástica.

1.3 Fundamentos de la Programación Entera: Pura, binaria y mixta

Extraído y adaptado de:

Análisis de Sensibilidad con Excel y LINDO (2003): Proyecto e-Math Proyecto E-MATH: "Uso de las TIC en asignaturas cuantitativas aplicadas". Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD). ***Autores:*** Ángel A. Juan (**ajuanp@uoc.edu**), Javier Faulín (ffaulin@uoc.edu). http://www.uoc.edu/in3/emath/ Consultado el 28/10/2013

Universidad del País Vasco Creative Commons License. http://ocw2010.ehu.es/course/view.php?id=19

1.3.1 Programación Lineal Entera Pura

Como hemos visto, los modelos de programación lineal consideran que las variables de decisión son continuas, es decir, que pueden tomar en la solución final valores fraccionados. Pero, en muchos casos, una solución óptima de un programa lineal puede ser inservible si presenta fracciones. Supongamos, por ejemplo, que hemos construido un modelo para asignar personal médico a departamentos dentro de un hospital. En este caso, las variables de decisión (asignar personas a departamentos) tienen que ser enteras en la solución final.

¡No tendría sentido una solución en la cual 2,3 médicos fuesen asignados a la sección de dermatología!

Para poder encontrar soluciones de problemas en los cuales algunas o todas las variables tienen que ser enteras, se utiliza la programación entera, que no es más que una extensión de la programación lineal.

En los modelos de programación entera debemos distinguir las siguientes casuísticas:

Modelo Lineal Entero

$$
\begin{aligned}
\text{opt } z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\text{sujeto a} & \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\lesseqgtr b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\lesseqgtr b_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad &\ \ \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\lesseqgtr b_m \\
x_1, x_2, \ldots, x_n &\geq 0 \text{ y enteras}
\end{aligned}
$$

Modelo Lineal 0-1

$$
\begin{aligned}
\text{opt } z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\text{sujeto a} & \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\lesseqgtr b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\lesseqgtr b_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad &\ \ \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\lesseqgtr b_m \\
x_1, x_2, \ldots, x_n &= 0, 1
\end{aligned}
$$

1. Modelos de programación entera pura: todas las variables toman valores enteros.
2. Modelos de programación entera 0-1: todas las variables son binarias.
3. Modelos de programación entera mixta: algunas variables toman valores enteros y otros valores continuos.

1.3.2 Programación Lineal Entera Binaria

Otro tipo de modelos entran dentro de la programación entera es la binaria, que es un caso especial en donde todas o algunas de las variables representan acciones binarias, es decir, "hacer o no hacer". En este caso, las variables únicamente pueden adoptar los valores 0 ó 1.

Este tipo de problemas es muy común en la toma de decisiones, en donde muchas veces tenemos que decidir si, por ejemplo, tenemos que construir un nuevo centro, si tenemos que invertir en un nuevo departamento, o si tenemos que modificar una estrategia de planificación de un servicio.

Cuando nos encontramos con este tipo de problemas, la formulación matemática no se ve alterada; únicamente en las restricciones de no-negatividad hay que indicar qué variables tienen que tomar valores enteros. El problema reside en encontrar soluciones que sean factibles, ya que el algoritmo Simplex no garantiza una solución adecuada al problema. En esta parte, examinaremos en primer lugar como podemos modificar el algoritmo Simplex para poder obtener soluciones óptimas. A continuación, examinaremos algunos problemas de programación entera cuyas variables de decisión son binarias (decisiones "hacer o no hacer").

2 El Modelo "matemático" de PL y tipos de soluciones.

2.1 *El modelo matemático general*

El modelo matemático que expresa de manera general el problema de Programación Lineal es el que presentamos a continuación.

El problema plantea encontrar los valores de **x1, x2,...xn** que hacen que se maximice o minimice la función lineal Z, sujetos a una o varias restricciones[2].

Modelo Matemático (1)

$$\textbf{Maximizar (Minimizar)} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

$$\begin{aligned} \textbf{Sujeta a:} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \ (\le)\ (\ge)\ (=)\ b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \ (\le)\ (\ge)\ (=)\ b_2 \\ & \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \ (\le)\ (\ge)\ (=)\ b_m \end{aligned}$$

$$\textbf{Siendo:} \quad x_1, x_2, \ldots, x_n \ge 0$$

Los componentes del modelo se pueden identificar así:

- Función Objetivo: $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
- Constantes: a_{ij}, b_i y c_i
- Variables de decisión: $x_1, x_2, \ldots x_n$
- Restricciones, funciones del tipo: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$ (<) (>) (=) **b1**

De esta forma el modelo se puede interpretar: dadas n actividades, las variables de decisión **x1, x2,.... xn** representan los niveles a que se llevan a cabo las actividades, Z denota la medida de efectividad escogida. Los valores de **cj** expresan el aumento en la medida de efectividad proveniente de un aumento en la unidad de **xj**. Además, **bi** representa la cantidad de recurso **i** disponible para usar en las **n** actividades y **aij** denota la cantidad de insumo o recurso **i** del que hace uso la actividad **j**. Por lo tanto, el lado derecho de las restricciones significa el uso total de los insumos respectivos. Las últimas restricciones evitan la posibilidad de que existan niveles de actividades negativos.

2.2 *Modelos canónicos y no canónicos*

Cuando el modelo toma la forma (2) se denomina modelo Canónico de Programación Lineal.

Modelo Matemático (2)

$$\textbf{Maximizar} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

$$\begin{aligned} \textbf{Sujeta a:} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ & \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \end{aligned}$$

2 http://metcuantitativos.files.wordpress.com/2008/07/5-mcyal-programacionlineal.pdf

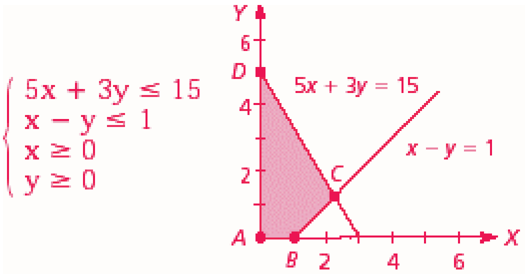
Siendo: $\mathbf{x_1, x_2, ..., x_n \geq 0}$

Veamos los siguientes ejemplos en los que hemos de determinar si los modelos son canónicos o no y porque:

Caso I Maximizar $Z = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3$ Sujeta a: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 12$ $5x_1 + 6x_2 \geq 33$ Siendo: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ ***Solución***. No corresponde a un modelo Canónico ya que la segunda restricción tiene la forma ≥ en vez de ≤, como debería ser.	**Caso II** Minimizar Z = 6x1 + 3x2 + 8x3 Sujeta a: x1 + x2 +x3 < 12 5x1 + 6x2 < 33 Siendo: x1, x2, x3 > 0 ***Solución***. No corresponde a un modelo Canónico ya que se trata de minimizar la función objetivo, diferente a la forma canónica que exige que esta se maximice.
Caso III Maximizar Z = 6x1 + 3x2 + 8x3 Sujeta a: x1 + x2 +x3 =12 5x1 + 6x2 < 33 Siendo: x1, x2, x3 > 0 ***Solución***. No corresponde a un modelo Canónico ya que la primera restricción corresponde a una igualdad y no a una desigualdad < como es la forma exigida por el modelo canónico	

2.3 *Tipos de soluciones A*

El grupo de las soluciones posibles recibe el nombre de **conjunto restricción** o **conjunto solución factible**. La solución debe situarse en el área definida por las inecuaciones de restricción, que se conoce por **región factible.**



Región factible del sistema de inecuaciones lineales:

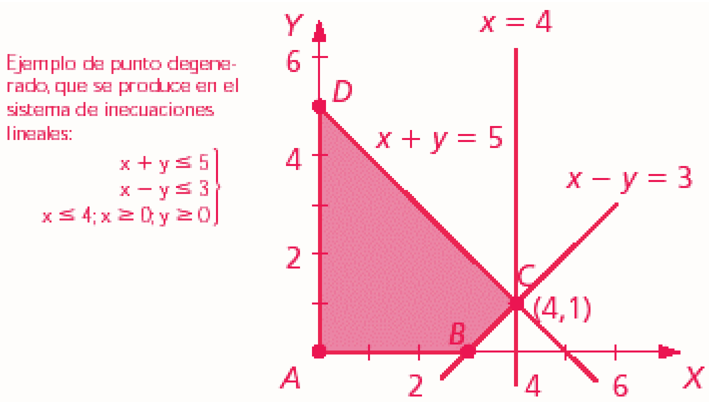
La región factible puede estar **acotada**, como en la figura, o **no acotada**. Cuando está acotada, se representa gráficamente como un polígono con un número de lados menor o igual que el de restricciones (en la figura, el polígono acotado tiene cuatro lados, y las restricciones también son cuatro).

Se llama **solución óptima** a la que maximiza o minimiza la función objetivo. Esta solución si es única siempre se encuentra en un **vértice** o **punto extremo** de la región factible.

En los problemas de programación lineal con dos variables pueden darse varios tipos de soluciones óptimas:

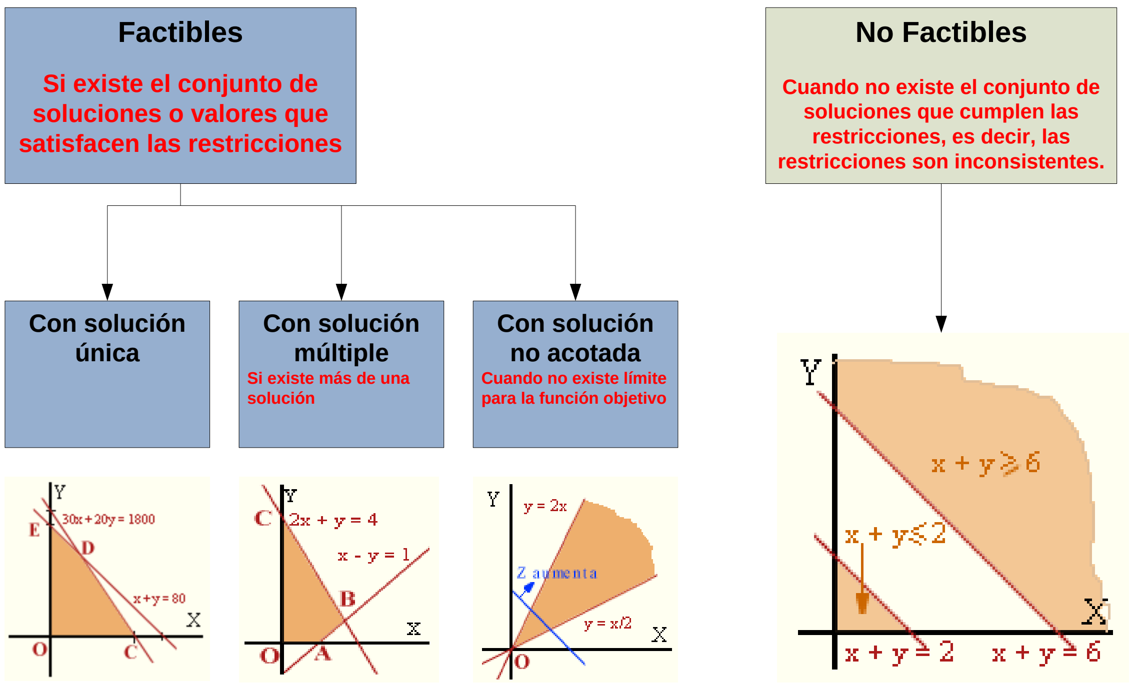
- **Solución única.**
- **Solución múltiple** (infinitas soluciones).

- **Solución no acotada** (ausencia de solución), cuando la función objetivo no tiene valores extremos, pues la región factible es no acotada.
- **Solución no factible**, cuando no existe región factible por falta de puntos comunes en el sistema de inecuaciones.
- **Solución degenerada**, si en un solo punto (que se dice degenerado) coinciden tres o más de las rectas que limitan la región factible.



Solución que podemos obtener

Tipo de solución que podemos obtener en la resolución de un problema de PL
(especial referencia al caso de dos variables)



Otra opción

2.4 *Tipos de soluciones B*

Extraído y adaptado de…

Análisis de Sensibilidad con Excel y LINDO (2003): Proyecto e-Math Proyecto E-MATH: "Uso de las TIC en asignaturas cuantitativas aplicadas". Financiado por la Secretaría de Estado de Educación y Universidades (MECD). ***Autores:*** Ángel A. Juan (**ajuanp@uoc.edu**), Javier

Faulín (ffaulin@uoc.edu). http://www.uoc.edu/in3/emath/ Consultado el 28/10/2013
Universidad del País Vasco Creative Commons License. http://ocw2010.ehu.es/course/view.php?id=19

Todos los problemas lineales tienen una interpretación geométrica y su representación gráfica nos ofrece una interesante perspectiva además de mostrar el tipo de solución posible.

El conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones se obtiene representando cada ecuación y determinando el semiespacio delimitado por cada inecuación. Así se obtiene el polígono de soluciones.
Si el problema tiene solución acotada el valor ´óptimo de la función objetivo siempre se encuentra en un vértice del polígono.

Problema con solución óptima única

Considerar el modelo lineal:

$$\max z = 6x_1 + 3x_2$$

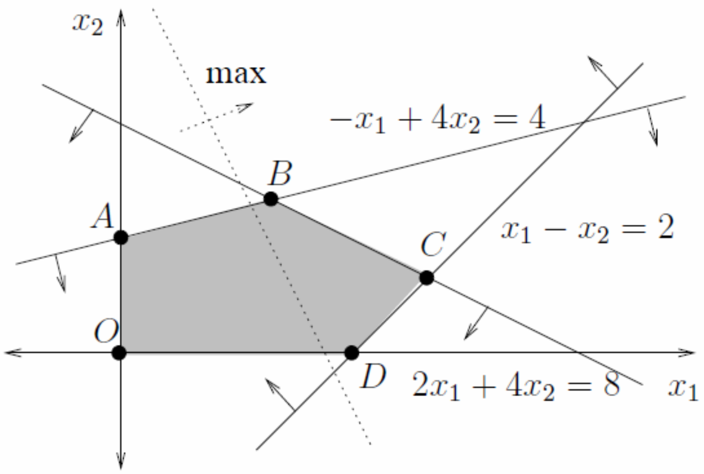
Sujeto a:

$$2x_1 + 4x_2 >= 8$$
$$-x_1 + 4x_2 >= 4$$
$$x_1 - x_2 >= 2$$
$$x_1, x_2 >=0$$

El objetivo es determinar los valores de x1 y x2 que, verificando las restricciones, maximicen el valor de la función $z = 6x_1 + 3x_2$.

Representando todas las restricciones, y teniendo en cuenta que las variables deben tomar valores no negativos, se obtiene el conjunto de soluciones del problema que aparece sombreado en la gráfica.

En la representación gráfica se indica con flechas el semiespacio asociado a cada restricción.



El polígono OABCD es un conjunto convexo. Se pueden determinar los puntos extremos del conjunto resolviendo sistemas de ecuaciones. El valor de **z** aumenta desplazando la función objetivo a través de la región de soluciones, alejándola del origen de coordenadas hasta llegar a la frontera del conjunto. Así se puede comprobar que el óptimo se encuentra en el punto C y el valor de la función objetivo es z = 18.

Problema infactible

Considerar el modelo lineal

max z = x1 + x2

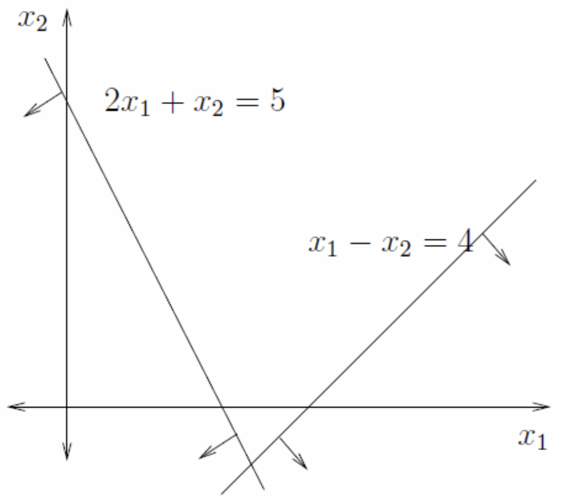
Sujeto a:

2x1 + x2 <=5

x1 – x2 >= 4

x1, x2 >= 0

Representando todas las restricciones se ve en la gráfica, que no hay ningún punto que verifique todas las restricciones. Por tanto, el problema no tiene solución.



Problema con soluciones optimas múltiples

Considerar el modelo lineal

max z = x1 + x2

Sujeto a:

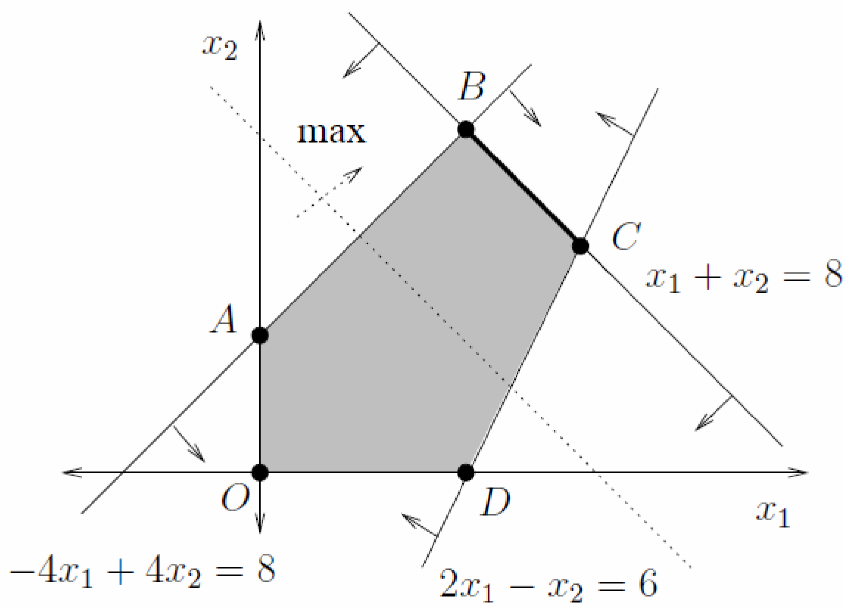
$x_1 + x_2 <= 8$

$-4x_1 + 4x_2 <= 8$

$2x_1 - x_2 <=6$

$x_1, x_2 >= 0$

En este caso el conjunto de soluciones es el polígono OABCD que aparece sombreado en la gráfica



Las soluciones óptimas son los puntos extremos B, C y los puntos del segmento BC. El valor óptimo de la función objetivo es z = 8

Región no acotada. Solución no acotada

Considerar el modelo lineal

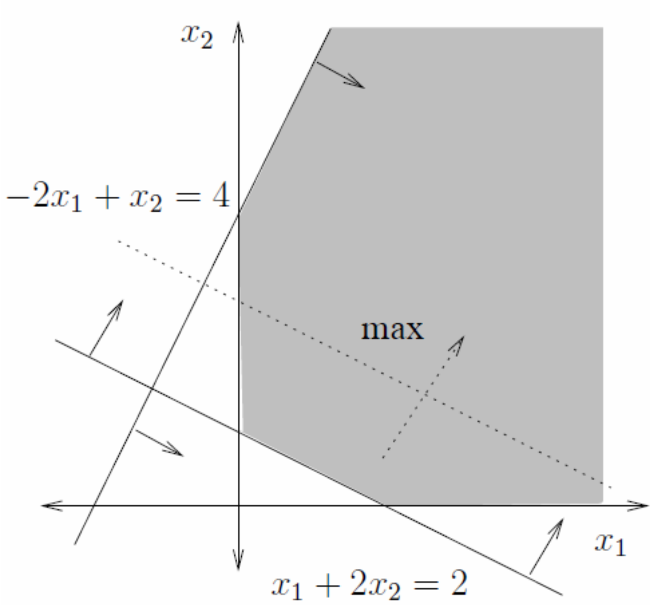
max z = x1 + 2x2

Sujeto a

$x_1 + 2x_2 >= 2$

$-2x_1 + x_2 <= 4$

x1, x2 >= 0



Como se ve en la gráfica el conjunto de soluciones es no acotado y, la función objetivo se puede desplazar indefinidamente alejándola del origen de coordenadas.
Por tanto, el valor óptimo de z crece hasta infinito. Se dice que la solución óptima es no acotada.

Región no acotada. Solución acotada

Considerar el modelo lineal

min z = x1 + 2x2

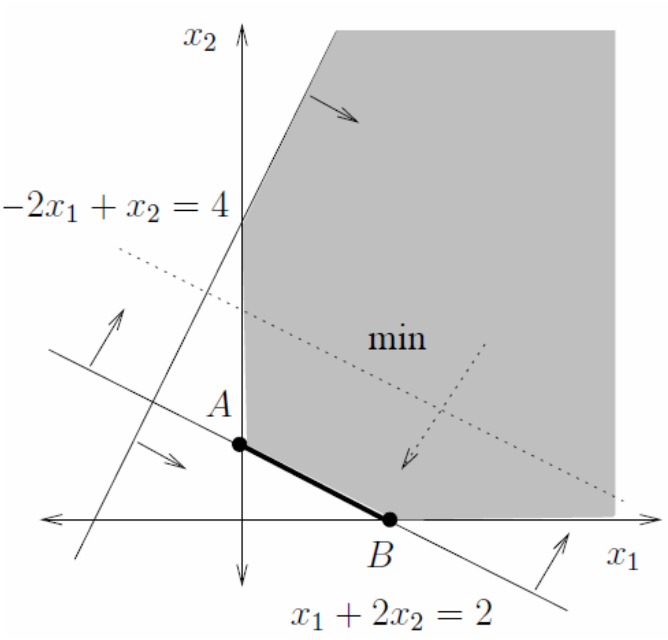
Sujeto a:

x1 + 2x2>= 2

−2x1 + x2 <=4

x1, x2 >=0

En este ejemplo el conjunto de soluciones es no acotado, pero se puede encontrar el óptimo acotado desplazando la función objetivo acercándola al origen de coordenadas hasta la frontera de la región. Así podemos comprobar que el óptimo se encuentra en los puntos A = (0, 1), B = (2, 0) y en todos los puntos del segmento y z = 2



En los ejemplos hemos visto todos los tipos de soluciones que nos podemos encontrar al resolver un modelo lineal. Se trata de poder identificar las condiciones asociadas a cada tipo de solución.

3 Clasificación de los problemas de PL

3.1 *Clasificación técnica. Determinísticos (Lineal y No Lineal) y Estocásticos*

Según[3] el modelo matemático de programación adoptado nos encontramos con la siguiente clasificación mostrada en el Ilustración 1.

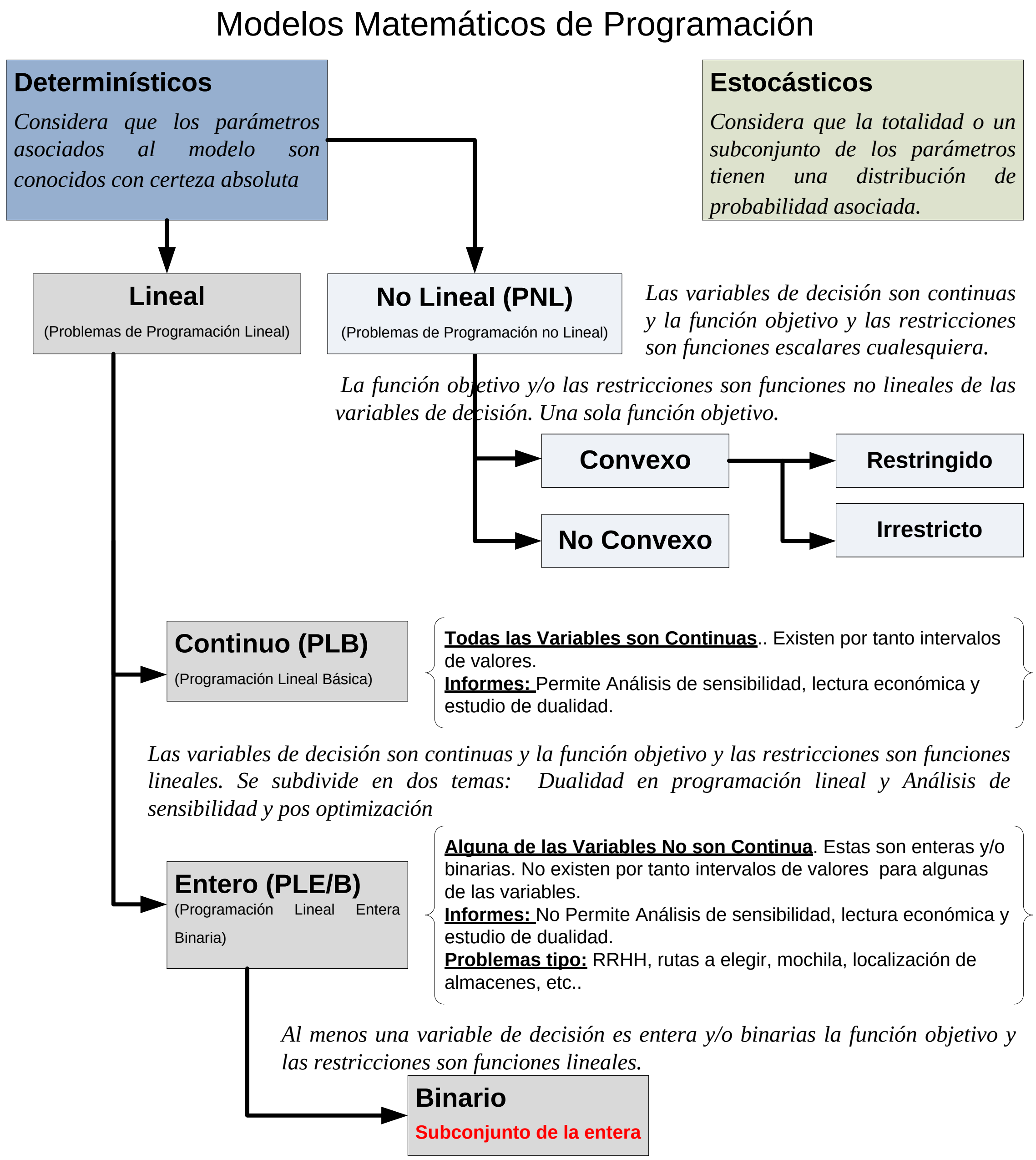


Ilustración 1

---

[3] Clasificación técnica y funcional (propuesta y título personal basado en notas y mis apuntes. http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Aplicaciones_PL.pdf

3.1 *Clasificación funcional o económica*

Bajo una perspectiva de las áreas funcionales de la empresa y el tipo de decisión a tomar presentamos la siguiente propuesta de clasificación de los problemas de Investigación Operativa más frecuentes (ver Ilustración 2)

Esquema General

Clasificación funcional o económica de los problemas de Investigación Operativa

Clasificación funcional o económica -	Tipo de decisión
Área Comercial y Marketing	*Asignación de tareas*
	Asignación de turnos-horarios
Área Producción y Costes	*Asignación de recursos*
	Programación de Personal
Área Recursos Humanos, Asignación de Tareas - Turnos	*Selección y mezclas*
Área Finanzas	*Combinación optima de recursos*
	Otras decisiones….
Área Distribución, Logística y Transportes	*Planificación de la producción*
	Selección de carteras
Otros ámbitos: Dietas	*Problemas de Transportes*

Ilustración 2

3.1.1 *Área Comercial y Marketing*

Los modelos de programación lineal en este caso permiten al administrador la selección de medios de publicidad, asignar presupuestos, entre otros asuntos, con el fin de maximizar la audiencia y/o minimizar los costes de inversión.

Área Comercial y marketing

Tipo de decisión

Asignación de recursos	*Selección y mezclas*
Combinación optima de recursos	*Otras decisiones….*

Ejemplos y casos relacionados:

1. SELECCIÓN DE MEDIOS PUBLICITARIOS

   La Programación Lineal se utiliza en el campo del marketing y la publicidad como una herramienta que nos permite determinar cuál es la combinación más efectiva de medios para anunciar nuestros productos. En muchas ocasiones partiremos de un presupuesto para publicidad fijo y nuestro objetivo será distribuirlo entre las distintas opciones que se nos ofrecen (televisión, radio, periódicos, revistas, etc.) de forma que nuestros productos tengan la mayor difusión posible. En otros casos, las restricciones no serán presupuestarias sino que vendrán dadas por la disponibilidad de cada medio y por las políticas publicitarias de nuestra propia empresa

2. ESTUDIOS DE MERCADO

   La programación lineal es aplicable también a la investigación de mercados. En el siguiente ejemplo se muestra cómo los estadísticos pueden hacer uso de la Programación Lineal a la hora de diseñar encuestas:

   Supongamos que pretendemos realizar una encuesta para determinar la opinión de los españoles acerca del problema de la inmigración. A fin de que la misma sea significativa desde un punto de vista estadístico, exigiremos que ésta deba cumplir los siguientes requisitos:

   1. Entrevistar al menos un total de 2.300 familias españolas.
   2. De las familias entrevistadas, al menos 1.000 deben cumplir que su cabeza de familia no supere los 30 años de edad.
   3. Al menos 600 de las familias entrevistadas tendrán un cabeza de familia con edad comprendida entre los 31 y los 50 años.
   4. El porcentaje de entrevistados que pertenecen a zonas con elevada tasa de inmigración no debe ser inferior a un 15% del total.
   5. Finalmente, no más de un 20% de los entrevistados mayores de 50 años pertenecerán a zonas con alta tasa de inmigración.

   Además, todas las encuestas deberán realizarse en persona.

3.1.2 Área Producción y Contabilidad de Costes

En este caso, a través de los modelos de programación lineal, los administradores de las empresas tratan los problemas relacionados con la planificación de la producción, la asignación de recursos para la producción, los niveles de producción, capacidad de producción, asignación de mano de obra, almacenamiento de materias primas y productos terminados; es decir, todos aquellos asuntos que conducen a la minimización de los costos y/o la maximización de beneficios.

También la programación lineal es una importante herramienta de apoyo en la solución de los problemas relacionados con la Contabilidad de Costos

Área Producción y costes

Combinación optima de recursos | *Planificación de la producción*

Selección y mezclas | *Asignación de recursos* | *Otras decisiones…*

Ejemplos y casos relacionados:

1. COMBINACIÓN ÓPTIMA DE BIENES
   Relativo a decidir sobre la cantidad más adecuada que una empresa debe producir de cada uno de sus productos a fin maximizar los beneficios sin dejar de cumplir con unos determinados requisitos (financieros, de demanda, contractuales, de disponibilidad de materias primas, etc.)
2. PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN
   El establecer un plan de producción para un período implica el tomar en consideración todo un conjunto de variables de forma coordinada como son: los requerimientos de mano de obra, costes de inventario y almacén, demanda, disponibilidad y consumo de input, etc. Todo ello se complica aún más cuando estamos en un entorno de multiproducción
   El problema de la planificación se asemeja bastante al de la combinación óptima de bienes, pudiendo ser el objetivo maximizar beneficios o bien minimizar los costes de producción.

3.1.3 Área Recursos Humanos, asignación de tareas y turnos

El objetivo central de este tipo de problemas es planificar los tiempos de mano de obra o el número de empleados por turno con el fin de minimizar la cantidad de personas y así minimizar los costos.

Área Recursos Humanos, Asignación de Tareas - Turnos

Asignación de turnos-horarios | *Asignación de tareas*

Programación de Personal | *Otras decisiones…*

Ejemplos y casos relacionados:

- ASIGNACIÓN DE TRABAJOS
  El objetivo se centra en asignar de la forma más eficiente posible un trabajo a cada empleado o máquina. Ejemplos de este tipo de asignación serían la distribución de taxis por las calles de una ciudad o el destino de cada patrulla de policia a una determinada zona geográfica. El objetivo puede ser bien minimizar los tiempos o costes de desplazamiento, o bien maximizar la efectividad de las asignaciones.
  Una propiedad particular de los problemas de asignación es que tanto los coeficientes tecnológicos cómo los términos independientes (right-hand-side) siempre toman el valor 1. Además, todas las variables serán binarias, tomando el valor 1 si la asignación propuesta se lleva a cabo y 0 en caso contrario.

- PLANIFICACIÓN DE HORARIOS
  Básicamente este tipo de planteamiento pretende solucionar las necesidades de personal durante un período concreto de tiempo. La aplicación de la PL a este tipo de problemas resulta especialmente útil cuando los directivos disponen de cierta flexibilidad a la hora de asignar tareas a empleados polifuncionales.
  Así el problema consiste en minimizar el número de personas que cubran con horarios determinados. Cada periodo de tiempo es considerado como una restricción

3.1.4 Área Finanzas

En estos casos el administrador representa problemas relacionados con la recolección de cartera, selección del portafolio de inversiones, costos financieros, entre otros con el fin de maximizar el rendimiento o minimizar los riesgos.

Área Finanzas

Selección de carteras

Asignación de recursos

Otras decisiones…

Ejemplos y casos relacionados:

- SELECCIÓN DE UNA CARTERA DE VALORES
  Los responsables financieros con frecuencia tienen que enfrentarse a problemas de selección de inversiones y por norma general
  El objetivo es maximizar los beneficios esperados de estas inversiones, las cuales se ven sometidas a un conjunto de restricciones, como el nivel de riesgo que se desea asumir, la cantidad máxima que se permite invertir, etc.

3.1.5 Área Distribución, logística y transportes

En esta área los problemas principales están relacionados con el transporte, localización de almacenes, planificación de rutas, etc...

Es donde más se ha demandado la aplicación de técnicas de investigación operativa por la complejidad de los problemas planteados y por su relevancia económica.

Área Distribución, logística y transportes

Problemas de Transportes

Asignación de recursos

Otras decisiones…

Ejemplos y casos relacionados:

- PROBLEMA DEL TRANSPORTE
  En este concepto se agrupan el conjunto de casos denominados “problema del transporte” y que pretende determinar el número de elementos a transportar desde diversos orígenes a diversos destinos al menor coste

posible, normalmente aunque también puede sustituirse por el menor tiempo posible. El objetivo suele estar condicionado a un conjunto de restricciones como las capacidades productivas o de almacenamiento de cada origen y las necesidades de cada destino. Este tipo de problema es un caso específico de PL, por lo que existen métodos y algoritmos especiales que facilitan su resolución (Regla de la Esquina NorOeste, Método de Vogel, Método de Paso Secuencial, y Método de distribución modificada o MODI).

- PROBLEMA DE ASIGNACION
  Es un caso especial del problema de transporte en el que los asignados son recursos destinados a la realización de tareas. Los asignados pueden ser personas, máquinas, vehículos, plantas y períodos de trabajo. Aquí la función objetivo es maximizada, se trata de un modelo binario.
- PROBLEMA DE TRANSBORDO O TRASPASO
  Es un problema general del transporte donde existirán además nodos de paso, la idea para encontrar la solución óptima es transformarlo a un problema de transporte. La función objetivo es minimizada y se trata de un modelo entero.
- MODELO DE COBERTURA DE CONJUNTOS
  La función objetivo se minimiza, se trata de un modelo binario, se trata de usar lo menos posible las variables, con lo que se pretende abarcar la mayor cantidad de espacio

3.1.6 Otros ámbitos: Dietas

Aparte de los ya comentados existen otras áreas o sectores empresariales donde la investigación operativa adquiere una relevancia de primer orden como es el caso de configuración de dietas, de optimización de peso, caso "Mochila" etc.

Otros ámbitos: Dietas , mochila, etc

Dietas | *Selección y mezclas* | *Otras decisiones…*

Ejemplos y casos relacionados:

- El PROBLEMA DE LA DIETA
  Es un clásico de los problemas asociados con la Programación Lineal y comenzó a utilizarse en los hospitales para determinar la dieta más económica con la que alimentar a los pacientes a partir de unas especificaciones nutritivas mínimas. En la actualidad también se aplica con éxito en el ámbito agrícola con la misma idea de encontrar la combinación óptima de alimentos que, logrando un aporte nutritivo mínimo, suponga el menor coste posible. Por tanto, consiste en minimizar la función objetivo que es referente a costos, también al menos una de las restricciones es mayor o igual, e incluye una sola mezcla.
- PROBLEMA TIPO MOCHILA
  Consiste en escoger un conjunto de artículos de determinado peso para ocupar un espacio (mochila) de acuerdo a una capacidad dada. Se caracterizan por manejar una sola restricción y maximación en su función objetivo, además es un modelo binario

Bibliografía

http://metcuantitativos.wordpress.com/programacion-lineal/
http://metcuantitativos.files.wordpress.com/2008/07/5-mcyal-programacionlineal.pdf
http://uplamcdn.files.wordpress.com/2009/04/libro-cap-03.pdf
http://www.uv.es/asepuma/VI/31.PDF
http://www.hiru.com/matematicas/programacion-lineal
https://sites.google.com/site/optimizacionlineal2404/clasificacion-de-planteamientos
http://www.uoc.edu/in3/emath/
Investigación operativa. Programación lineal, [2011/06] [cas]: UPV/EHU. Autores: Fernández González, Victoria y Zelaia Jauregi, Ana. Creative Commons License. Consultado 30-10-2013 http://ocw2010.ehu.es/course/view.php?id=19
Apuntes de la asignatura Modelos de Optimización I, profesor responsable Silvia Ramos, Facultad de Ingeniería Universidad de Buenos Aires. Consultada realizada el 31/10/2013
http://materias.fi.uba.ar/7114/infogral.php

http://metcuantitativos.files.wordpress.com/2008/07/5-mcyal-programacionlineal.pdf y personal

https://sites.google.com/site/optimizacionlineal2404/clasificacion-de-planteamientos
www.uoc.edu/in3/emath/docs/Analisis_Sensibilidad.pdf - http://www.uoc.edu/in3/emath/